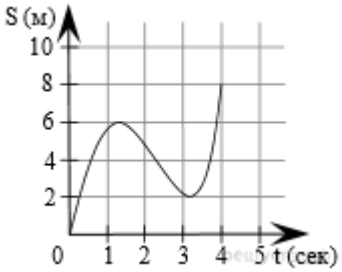
Пробный тест ЕГЭ по математике – 2019 (профильный уровень).
19 заданий (32 балла). Время выполнения - 235 минут.

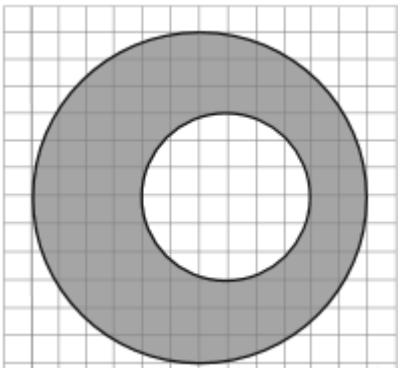
ФИО слушателя	Подпись	Баллы

1. [1 балл] На бензоколонке один литр бензина стоит 42 руб. 50 коп. Водитель залил в бак 22 литра бензина и взял бутылку воды за 45 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

2. [1 балл] Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



3. [1 балл] На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 1. Найдите площадь фигуры, закрашенной серым цветом.

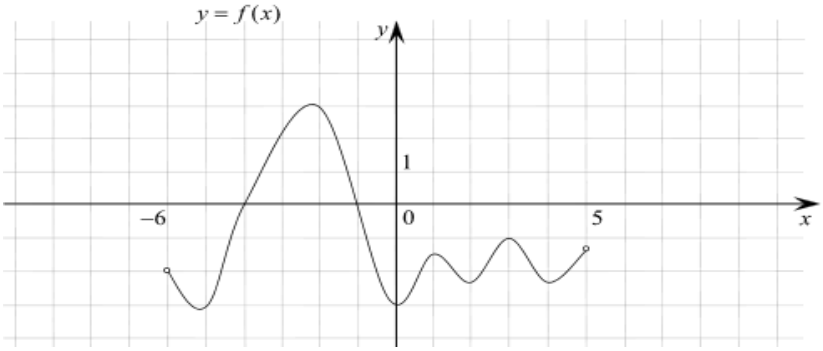


4. [1 балл] Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

5. [1 балл] Решите уравнение$\log_2(4+x) = \log_2(2-x) + 2$.

6. [1 балл] Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 29. Боковые стороны равны 20. Найдите синус острого угла трапеции.

7. [1балл] На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6;\ 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 2$.



8. [1 балл] В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 17, а сторона основания равна 8. Найдите высоту пирамиды.

9. [1 балл] Найдите значение выражения $\frac{10\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} - \frac{4\sqrt{x}}{x}$при $x > 0$.

10. [1 балл] Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу m=1650 тонн представляют собой две пустотелые балки длиной l =20 метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m — масса экскаватора (в тоннах), l — длина балок в метрах, s — ширина балок в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g=10$ м/с^2). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 275 кПа. Ответ выразите в метрах.

11. [1 балл] Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 315 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 18 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 42 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

12. [1 балл] Найдите наибольшее значениефункции $y = x^3 + 6x^2 + 15$на промежутке [–5,1].

13. [2 балла] А) Решите уравнение$2(\log_3(2\cos x))^2 - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$.
Б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку$[\pi;\ 2{,}5\pi]$.

14. [2 балла] В правильной треугольной пирамиде *SABC* сторона основания *AB* равна 12, а боковое ребро *SA* равно 13. Точки *M* и *N* — середины рёбер *SA* и *SB*соответственно. Плоскость α содержит прямую *MN* и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.А) Докажите, что плоскость α делит медиану *CE* основания в отношении 5 : 1, считая от точки *C*.Б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды *SABC* плоскостью α.

15. [2 балла] Решите неравенство $log_{(3x+1)}(4x-6) + log_{(4x-6)}(3x+1) \le 2$.

16. [3 балла] В прямоугольном треугольнике *ABC* проведена высота *CH* из вершины прямого угла. В треугольники *ACH* и *BCH* вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой *CH* в точках *M* и *N* соответственно.А) Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.Б) Найдите площадь четырёхугольника MO_1NO_2, если $AC = 20$ и $BC = 15$.

17. [3 балла] 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1231 тысячи рублей?

18. [4 балла] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{3x^2 - (3a+1)x + a}$имеет ровно один корень на отрезке [0; 1].

19. [4 балла] Маша и Наташа делают фотографии. Каждый день каждая девочка делает на одну фотографию больше, чем в предыдущий день. В конце(суммарно) Наташа сделала на 1001 фотографию больше, чем Маша.А) Могло ли это произойти за 7 дней? Б) Могло ли это произойти за 8 дней?В) Какое максимальное количество

фотографий могла сделать Наташа, если Маша в последний день сделала меньше 40 фотографий?